

## 研究内容と成果

以下の文章で、[]の中の番号は発表論文リストの番号に対応している。

目で見たり、直接触れたりして確かめるのが困難な物(対象)の正体や性質をどうやったら知ることができるか?このような問題は総じて逆問題とよばれ、現実問題に多く現れる。そのため、問題の定式化、解法は多種多様である。そのなかで私が研究対象にし、いくつかの成果をあげたのは、**粒子に働くポテンシャルの決定問題と摩擦効果**の同定である。

**粒子に働くポテンシャルの決定問題**：多体粒子系において、粒子間に働く相互作用のポテンシャルおよび全粒子に働く外力ポテンシャルを遠方での粒子の観測データから決定したい。粒子の運動は多体 Schrödinger 方程式で記述されるが、この方程式は大変複雑で扱いが困難である。そこで私は、一体問題への近似方程式である Hartree 方程式(この方程式は非線形の Schrödinger 方程式となる。)について、方程式の係数および非線形項を決定する逆問題について研究し、以下の成果を得た。

1. もともとのHartree方程式はN個の連立方程式であるが、最初の取り組みとして単独のHartree方程式について、係数を再構成することを考察した。非線形方程式の散乱作用素から、外力ポテンシャルを表す線形部分と粒子間に働く相互作用のポテンシャルを表す非線形項(の一部)を再構成できることを示した(論文[1])。ただし、ここでは相互作用ポテンシャルを $c|x|^{-p}$ の形に限定しており(特殊ではあるが典型的な形)、定数 $c$ を決定できるということを示した。
2. 上記の結果では、粒子間の相互作用ポテンシャルを特殊な形に限定しても、完全には再構成できてはいなかった。つまり、指数 $p$ は与えられた数としていた。そこで、さらに考えを進めて、この指数 $p$ をも散乱作用素から再構成できないだろうか?という問題を考察した。この指数決定問題は私の**独創的な問題**であり、今まで類似の結果は見かけられなかった。そこでまず、指数を決定することに的を絞るため、外力ポテンシャルが働いていない場合(線形項のポテンシャルがない場合)でかつ、相互作用ポテンシャルが $|x|^{-p}$ の場合で考察した。論文[2]で得られた結果は、散乱作用素から $p$ を一意的に決定できる、ということである。ただし、ここでは再構成の手順は得られなかった。
3. 上記2で考察した指数決定問題は、論文[3]において解決した。外力ポテンシャルがなく、相互作用ポテンシャルが $c|x|^{-p}$ の形の単独Hartree方程式において、散乱作用素だけから定数 $c$ と指数 $p$ を求める**簡単な公式を発見した**。このことにより、粒子間に働く相互作用の力を(形が限定されまた、数学的にではあるが)決定できることがわかった。指数 $p$ を決定するためのこの公式は、他に類を見ない、独創的なものである。
4. 佐々木氏(北大・理 D1)との共同研究では、もともとの形である Hartree 方程式(N個の連立方程式)を扱い、さらに粒子間の**相互作用ポテンシャルの形を限定せずに**(より一般の関数に対して)、**散乱作用素から相互作用ポテンシャルを一意的に決定できる**ことを示した(論文[4])。ただし、ここではすべての粒子に働く力はみな同じとしている。この手法は非線形 Klein-Gordon 方程式にも適用できることも示されている。

**波動方程式の摩擦項決定問題**：摩擦効果のある媒質に一定の周波数の波を入射する。散乱された波の振幅を遠方で観測し、そのデータから摩擦項を再構成したい(散乱の逆問題という)。この問題は3次元以上で、摩擦が小さい場合はすでに解けている。この問題を2次元で考察した。プレプリント[5]において、一定の**低周波数**の波を入射した場合は、**摩擦の小ささの仮定な**

Uに上記の散乱の逆問題は一意的に解けることを示した。2次元逆散乱問題は、波動方程式のみならず基礎となる Schrödinger 方程式の場合でさえまだ完全には解けておらず、方程式の係数が小さい場合や、特殊な形の場合(導電場の方程式から得られるもの)は解けるなど部分的な結果はあるものの、まだまだ未整理の部分が多い問題である。その中で、エネルギー(今の場合は周波数)に制限はつくものの、係数の小ささを仮定しないこの結果は、数少ないものであるように思う。

## 2004 年度研究活動報告

### A. 発表論文

Uniqueness on identification of cubic convolution nonlinearity, 佐々木浩宣氏(北大・D1)との共同研究 Journal of Mathematical Analysis and Applications に掲載決定。  
Inverse problem for the nonselfadjoint Schrödinger operator with energy dependent potential in two dimensions, Hokkaido University Preprint Series in Mathematics. Series #651. June, 2004.

### B. 口頭発表

- 『摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題』, PDE セミナー(北海道大学), 5月
- 『Inverse problem for the nonselfadjoint Schrödinger operator with energy dependent potential in two dimensions』, The 2<sup>nd</sup> HU and SNU Symposium on Mathematics Abstracts, on the occasion of the 7<sup>th</sup> SNU-HU Joint Symposium(北海道大学)7月
- 『摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題』, 学習院大学スペクトル理論セミナー(学習院大学)7月
- 『摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題』, 愛媛大学解析セミナー(愛媛大学)7月
- 『摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題』, 第三回数理解科学談話会(室蘭工業大学)8月
- 『空間2次元における複素ポテンシャル同定の逆問題について』, 中央大学偏微分方程式セミナー(中央大学)9月
- 『摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題』, 日本数学会函数方程式論分科会(北海道大学)9月
- 『非線形項同定の逆問題について』, 松山偏微分方程式研究集会(愛媛大学)10月
- 『Inverse problem for the nonselfadjoint Schrödinger operator with energy dependent potential in two dimensions』, Hyperbolic PDE Symposium(東海大学)10月
- 『2次元における摩擦項決定の逆問題』, 偏微分方程式待兼山セミナーNO.9, 若手発展方程式待兼山セミナー(大阪大学)11月
- 『逆散乱法入門』, 第5回 COE 研究員連続講演会(北海道大学)12月
- 『摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題』, スペクトル・散乱理論とその周辺(京都大学数理解析研究所)12月
- 『ハートリー方程式の逆散乱問題』, 学習院大学・非線形シュレディンガー方程式研究会(学習院大学)2月(予定)
- 『非線形項を決定する逆問題について』, 数学総合若手研究会 - COE Conference for Young Researchers ~ MOTION ~ (北海道大学)2月(予定)

## 発表論文リスト

### A. 学術雑誌等に発表した論文

[1] 著者：渡邊 道之

題名：Inverse scattering for the nonlinear Schrodinger equation with cubic convolution nonlinearity

掲載紙名：Tokyo Journal of Mathematics

年月：2001年6月

巻号：Vol. 24, No. 1

頁：59-67

[2] 著者：渡邊 道之

題名：Uniqueness in the inverse scattering problem for Hartree type equation

掲載紙名：Proceedings of the Japan Academy

年月：2001年11月

巻号：Vol. 77, Ser.A, No. 9

頁：143 - 146

[3] 著者：渡邊 道之

題名：Reconstruction of the Hartree type nonlinearity

掲載紙名：Inverse Problems

年月：2002年12月

巻号：Vol. 18, No. 6

頁：1477-1481

[4] 著者：渡邊 道之, 佐々木 浩宣 (北海道大学・理 博士課程1年)

題名：Uniqueness on identification of cubic convolution nonlinearity  
(Journal of Mathematical Analysis and Applications に掲載決定)

### B. プレプリント

[5] 著者：渡邊 道之

題名：Inverse problem for the nonselfadjoint Schrödinger operator with energy dependent potential in two dimensions

プレプリントシリーズ：Hokkaido University Preprint Series in Mathematics. Series # 651. June, 2004.

## 口頭発表リスト

### 1. 国際会議等における講演

[1] 発表者：渡邊 道之

題名：Inverse scattering problem for Schrödinger equations with cubic nonlinearity

学会名：国際会議「不連続性同定の逆問題と関連する研究」

場所・年月：北海道大学, 2002年2月

[2] 発表者：渡邊 道之

題名：Inverse scattering problem for the nonlinear Schrödinger equations with cubic convolution nonlinearity

学会名：国際会議「微分作用素のスペクトルと逆問題」

場所・年月：京都大学数理解析研究所, 2002年10月

[3] 発表者：渡邊 道之

題名：Inverse problem for the nonselfadjoint Schrödinger operator with energy dependent potential in two dimensions

学会名：「The 2nd HU and SNU Symposium on Mathematics Abstracts」 on the occasion of the 7th SNU-HU Joint Symposium

場所・年月：北海道大学，2004年7月

## 2．学会等における講演

[4] 発表者：渡邊 道之

題名：Inverse scattering for the nonlinear Schrödinger equation with cubic convolution nonlinearity

学会名：日本数学会函数方程式論分科会

場所・年月：学習院大学，1999年3月

[5] 発表者：渡邊 道之

題名：Inverse scattering for the nonlinear Schrödinger equation with cubic convolution nonlinearity

学会名：スペクトル・散乱理論とその周辺

場所・年月：京都大学数理解析研究所，2001年12月

[6] 発表者：渡邊 道之

題名：摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題

学会名：日本数学会函数方程式論分科会

場所・年月：北海道大学，2004年9月

[7] 発表者：渡邊 道之

題名：摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題

学会名：スペクトル・散乱理論とその周辺

場所・年月：京都大学数理解析研究所，2004年12月

## 3．研究集会における講演

[8] 発表者：渡邊 道之

題名：非線形シュレディンガー方程式の逆散乱

集会名：松本偏微分方程式研究集会

場所・年月：信州大学，1998年10月

[9] 発表者：渡邊 道之

題名：Inverse scattering for the nonlinear Schrödinger equation with cubic convolution nonlinearity

集会名：線形及び非線形散乱理論小研究集会

場所・年月：東京都立大学，1999年12月

[10] 発表者：渡邊 道之

題名：Inverse scattering problem for the nonlinear Schrödinger equation with cubic convolution nonlinearity

集会名：浜松偏微分方程式研究集会

場所・年月：静岡大学，2001年9月

[11] 発表者：渡邊 道之

題名：純虚数値のポテンシャルを持つシュレディンガー方程式の2次元逆問題に関する1つの注意

集会名：線形作用素のスペクトル解析と偏微分方程式

場所・年月：中央大学，2003年8月

[12] 発表者：渡邊 道之  
題名：非線形項同定の逆問題について  
集会名：松山偏微分方程式研究集会  
場所・年月：愛媛大学，2004年10月

[13] 発表者：渡邊 道之  
題名：Inverse problem for the nonselfadjoint Schrödinger operator with energy dependent potential in two dimensions  
集会名：Hyperbolic PDE Symposium  
場所・年月：東海大学，2004年10月

[14] 発表者：渡邊 道之  
題名：2次元における摩擦項決定の逆問題  
集会名：偏微分方程式待兼山セミナー No.9 『若手発展方程式待兼山セミナー』  
場所・年月：大阪大学，2004年11月

#### 4. その他の講演

[15] 発表者：渡邊 道之  
題名：Inverse scattering for the nonlinear Schrödinger equation with cubic convolution nonlinearity  
セミナー名：学習院大学スペクトル理論セミナー  
場所・年月：学習院大学，1998年10月

[16] 発表者：渡邊 道之  
題名：Inverse scattering problems for the nonlinear Schrödinger equation with cubic convolution nonlinearity  
セミナー名：神楽坂解析セミナー  
場所・年月：東京理科大学，2001年10月

[17] 発表者：渡邊 道之  
題名：Inverse scattering problems for nonlinear Schrödinger equations  
セミナー名：PDE セミナー  
場所・年月：北海道大学，2003年11月

[18] 発表者：渡邊 道之  
題名：摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題  
セミナー名：PDE セミナー  
場所・年月：北海道大学，2004年5月

[19] 発表者：渡邊 道之  
題名：摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題  
セミナー名：学習院大学スペクトル理論セミナー  
場所・年月：学習院大学，2004年7月

[20] 発表者：渡邊 道之  
題名：摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題  
セミナー名：愛媛大学解析セミナー  
場所・年月：愛媛大学，2004年7月

[21] 発表者：渡邊 道之  
題名：空間2次元における複素ポテンシャル同定の逆問題について  
セミナー名：中央大学偏微分方程式セミナー  
場所・年月：中央大学，2004年9月

5．談話会・集中講義

[22] 発表者：渡邊 道之

題名：摩擦項を持つ波動方程式の2次元逆散乱問題

セミナー名：第三回数理科学談話会

場所・年月：室蘭工業大学，2004年8月

[23] 講演者：渡邊 道之

題名：『逆散乱法』入門

講演会名：第5回 COE 研究員連続講演会

場所・年月：北海道大学，2004年12月13日～15日（90分講演3回）

6．講演予定

[24] 発表者：渡邊 道之

題名：ハートリー方程式の逆散乱問題

集会名：学習院大学・非線形シュレディンガー方程式研究会

場所・年月：学習院大学，2005年2月

[25] 発表者：渡邊 道之

題名：非線形項を決定する逆問題について

集会名：数学総合若手研究集会- COE Conference for Young Researchers ~ MOTION ~ -

場所・年月：北海道大学，2005年2月