

研究内容・成果

主な研究対象は、CR 部分多様体であり、それらの具体的構成や分類を目標としている。CR 部分多様体の中でも特に、極小ラグランジアン・ルジャンドル部分多様体は、アファイン超曲面や統計多様体と密接に関連しており、現在最も注目を浴びているリーマン部分多様体の一つである。私は、極小ラグランジアン・ルジャンドル部分多様体を含む、より広いクラスに興味があり、特に、「平行な平均曲率ベクトル場をもつ CR 部分多様体」と「Biharmonic CR 部分多様体」を中心に研究してきた。これまでの主要な仕事は、

- (a) 平行な平均曲率ベクトル場をもつ proper CR 部分多様体の表現公式の構成、
- (b) 新しい Biharmonic ルジャンドル トーラスの発見と、佐々木空間形の Biharmonic ルジャンドル曲面の完全な分類、である。

いずれの結果も、具体例が乏しかった分野において、興味深い新しい例を構成したものであるが、ここで得られた部分多様体は、上記以外の様々な幾何的条件を満たしており、CR 部分多様体の中でもかなり”良い”ものであるといえる。

2003 年度研究活動報告

・論文

1. T.Sasahara; Legendre surfaces in Sasakian space forms whose mean curvature vectors are eigenvectors, preprint.
2. J.-S.Kim, T.Sasahara and M.M.Tripathi; On invariant submanifolds in contact metric manifolds, preprint.
3. T.Sasahara; Instability of biharmonic Legendre surfaces in Sasakian space forms, preprint.

・口頭発表

1. Biharmonic Legendre surfaces,
福岡微分幾何研究集会, 2004 年 1 月.

・内容

今年度は、主に biharmonic ルジャンドル曲面の具体的構成と分類を目標に研究を行った。Biharmonic 写像の概念は、1964年に Eells と Sampson により導入されたものであり、total tension の臨界点として定義される。写像が biharmonic になるための必要十分条件、つまり total tension のオイラー・ラグランジュ方程式は、G.Y. Jiang により求められたが、それは 4 階の PDE であり、一般に解くことは難しい。

Jiang は、等長はめ込みであるような解 (biharmonic 部分多様体) の研究を始めたが、具体的構成法は得られず、その時点で知られていた非調和な解の具体例は、 $S^{m_1}(\frac{1}{\sqrt{2}}) \times S^{m_2}(\frac{1}{\sqrt{2}})$ ($m_1 \neq m_2, m_1 + m_2 = m$) から $S^{m+1}(1)$ への積はめ込みのみであった。その後、B.-Y. Chen, F. Defever, I. Dimitric, T. Hasanis, T. Vlachos らにより、ユークリッド空間内の biharmonic 部分多様体が調べられたが、非調和な例は一つも発見されなかった。

1980,90 年代は、非調和 biharmonic 部分多様体の具体例が乏しく、その研究は殆ど進展していなかったが、今年度の研究で、5次元球面内において興味深い新しい例を構成することが出来た。それは、ルジャンドル トーラスであり、また、2-type や平均曲率一定といった条件も満たしていることから、いろいろな意味で、極小ルジャンドル トーラスに次いで良い曲面であるといえる。さらに、5次元佐々木空間形の非調和 biharmonic ルジャンドル曲面を完全に決定することに成功し、また、それらが全て不安定であることも証明した。

論文リスト

1. T.Sasahara; CR-submanifolds in complex hyperbolic spaces satisfying an equality of Chen, Tsukuba J. Math. 23 (1999) 565-583.
2. T.Sasahara; Three dimensional CR-submanifolds in the nearly Kaehler six-sphere satisfying B.Y.Chen's basic equality, Tamkang J.Math. 31 (2000) 289-297. .
3. T.Sasahara; On Ricci curvature of CR-submanifolds with rank one totally real distribution, Nihonkai Math. J. 12 (2001) 47-58.
4. T.Sasahara; On Chen invariant of CR-submanifolds in a complex hyperbolic space, Tsukuba J.Math. 26 (2002) 119-132.
5. T.Sasahara; Submanifolds in a Sasakian manifold $R^{2n+1}(-3)$ whose ϕ -mean curvature vectors are eigenvectors, J. Geometry, 75 (2003) 166-178,
6. T.Sasahara; Spectral decomposition of the mean curvature vector fields of surfaces in a Sasakian manifold $R^{2n+1}(-3)$, Results in Math, 43 (2003) 168-180.
7. T.Sasahara; Legendre surfaces whose mean curvature vectors are eigenvectors of the Laplace operator, Note di Matematica, to appear.
8. T.Sasahara; Quasi-minimal Lagrangian surfaces whose mean curvature vectors are eigenvectors, Demonstratio Mathematica, 37 (2004), to appear.
9. T.Sasahara; Legendre surfaces in Sasakian space forms whose mean curvature vectors are eigenvectors, preprint.
10. J.-S.Kim, T.Sasahara and M.M.Tripathi; On invariant submanifolds in contact metric manifolds, preprint.
11. T.Sasahara; Instability of biharmonic Legendre surfaces in Sasakian space forms, preprint.

以上

主な口頭発表

- ・日本数学会一般講演

1. Chen の等号をみたす部分多様体,
日本数学会秋季分会, 1999 年 9 月, 広島大学.
2. Ideal CR-submanifolds,
日本数学会 2000 年度会, 2000 年 3 月, 早稲田大学.

- ・国内研究集会

1. Chen の不等式の等号をみたす部分多様体,
第 46 回幾何学シンポジウム, 1999 年 8 月, 東京大学.
2. CR 部分多様体のリッチ曲率と Chen 不変量,
第 47 回幾何学シンポジウム, 2000 年 8 月, 名古屋大学.
3. Chen invariants of CR-submanifolds,
京都大学共同利用計画研究集会, 2001 年 1 月.
4. Biharmonic Legendre surfaces,
福岡微分幾何研究集会, 2004 年 1 月.

以上