

研究内容・成果、及び2007年度研究活動報告

1. 流体力学におけるある自由境界問題の研究

物質の相転移を記述する方程式はこれまで多くの研究者によって調べられている。中でも、平均曲率流方程式は、その代表的な方程式である。近年、物理的要請から、この相転移現象が流体の輸送による影響を受ける場合が注目され、主に数値計算の立場から研究されている。私は相転移を記述する平均曲率流方程式と流体の運動を記述する Stokes 方程式とが組み合わさった非線形偏微分方程式の研究を行った。この問題は表面張力の考慮された自由境界問題として定式化され、極めて非線形性の強い方程式となっている。なお、この方程式は非圧縮性粘性流体に対する二層流体問題を近似する方程式とも捉えることができる。この方程式に対する従来の研究では数値計算によるものが中心であり、弱解を念頭におきつつも数学的には形式的なアプローチが多かった。そのため流体の速度場、あるいは界面（自由境界）の滑らかさや一意性について厳密にはよくわかっていなかった。そこで方程式の数学的適切性を調べるため、対応する積分方程式を考え、その解を構成するアプローチをとった。この研究により、時間局所的ではあるが自由境界の滑らかさが保証された一意的な解を構成することに成功した。積分方程式による定式化と、境界に沿った速度場の滑らかさを導き、特殊な縮小写像を考えることで解を構成している点がこの研究において最も独創的な点である。この研究成果は査読付雑誌 *Interfaces and Free Boundaries* に受理された（発表論文リスト A-4）。

2. バーガーズ渦の研究

非圧縮性粘性流体のダイナミクスにおいて、粘性による拡散効果と渦度場の伸張効果という二つのメカニズムが基本的な役割を果たすことが知られている。1948年、Burgers は三次元定常 Navier-Stokes 方程式に対するある特殊解を発見した。この特殊解の渦度場ベクトルは第三成分のみからなり、その第三成分は二次元 Gauss 核の定数倍で与えられる。この渦度場は軸対称 Burgers 渦と呼ばれ、上に述べた二つのメカニズムのバランス状態を端的に表す解として調べられてきた。私は軸対称 Burgers 渦の安定性を調べ、渦 Reynolds 数と呼ばれる渦度の強さを表す物理量が十分大きいときには適当な意味でより安定になることを示した。この結果は査読付雑誌 *Journal of Math. Fluid Mech.* に受理された（発表論文リスト A-5）。さらにこの後、後背流の非軸対称性を考慮した非軸対称 Burgers 渦の解析を行った。これについては近年 Gallay and Wayne によって、後背流の非軸対称性が十分小さいとき、あるいは渦 Reynolds 数が十分に小さいときに、非軸対称 Burgers 渦の存在と局所的な安定性が数学的に証明されていた。しかしながら、非軸対称 Burgers 渦の数学的な研究はこれ以外にはほぼ皆無であった。非軸対称 Burgers 渦は、二次元のある定常非線形偏微分方程式の解として定義され、すでに数値計算的にはよく研究されている。Burgers 渦は乱流場における渦度の強い領域の構造との関係が指摘されているため、渦 Reynolds 数（以降、単に Reynolds 数とする）が大きい場合の Burgers 渦の解析が特に重

要となる。数値計算でも、この高 Reynolds 数における Burgers 渦の解析がよくなされている。それらの結果で興味深いことは、後背流の非軸対称性の強さにかかわらず、Reynolds 数が大きくなるにつれて、Burgers 渦がより軸対称になり、より安定になるというものである。こうした Burgers 渦の Reynolds 数に対する依存性を解明することは非常に重要である。なお、上記の数値計算の結果においては、あくまでも数値計算的に得られた非軸対称 Burgers 渦について議論しており、必ずしも数学的にその存在が保証されているものではないことに注意しておく。これについて、Robinson and Saffman は自身の数値計算結果をもとに、非軸対称性が小さくなくても、Reynolds 数が大きいときには（非軸対称）Burgers 渦が存在するだろうという予想を出した。彼らの研究以降、いくつかの数値計算による研究が行われているが、基本的にこの予想を支持する結果が得られている。しかしながら、この予想に対する数学的な証明は得られていなかった。私はそのポテンシャル部分に Reynolds 数をパラメータとして含む線形化作用素の解析を行い、上記の予想に対して肯定的な数学的証明を与えた。これらの結果はプレプリントにまとめられている（発表論文リスト B-2、B-3）。

2. 発表論文リスト

A. 論文(査読付雑誌)

1. Maekawa, Y. and Terasawa, Y. ;

The Navier–Stokes equations with initial data in uniformly local spaces, *Differential Integral Equations*, 19 (2006), no. 4, 369–400

2. Maekawa, Y. ;

On spatial decay estimates for derivatives of vorticities with application to large time behavior of the two dimensional Navier–Stokes flow, to appear in *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*.

3. Maekawa, Y. ;

A lower bound for fundamental solutions of the heat convection equations; to appear in *Archive for Rational Mechanics and Analysis*

4. Maekawa, Y. ;

On a free boundary problem of viscous incompressible flows; to appear in *Interfaces and Free Boundaries*

5. Maekawa, Y. ;

Spectral properties of the linearization at the Burgers vortex in the high rotation limit; to appear in *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*

B. 論文(報告集、proceeding、プレプリント等)

1. Maekawa, Y. ;

On spatial decay estimates for derivatives for derivatives of vorticities of the two

dimensional Navier–Stokes flow. Proceedings of Equadiff 11–CD.

2. Maekawa, Y. ;

On the existence of Burgers vortices for high Reynolds numbers. ; preprint

3. Maekawa, Y. ;

Existence of asymmetric Burgers vortices and their asymptotic behavior at large circulations; preprint.

3. 主たる口頭発表のリスト

1. 2004. 9. 19–9. 22. 日本数学会秋季総合分科会 (北海道大学)

「2次元渦度方程式の解の微分の漸近挙動」 : 前川 泰則

2. 2005. 2. 17–2. 18. The 6th Northeastern Symposium on Mathematical Analysis (Tohoku University)

「Large time behavior of derivatives of the vorticity for the two dimensional Navier–Stokes flow」 : Yasunori Maekawa (Poster session)

「Navier–Stokes equations with initial data in uniformly local spaces」 : Yasunori Maekawa and Yutaka Terasawa (発表者 : Yutaka Terasawa)

3. 2005. 7. 25–7. 29. EQUADIFF 11 International conference on differential equations Czecho–Slovak series, (Comenius University, Bratislava, Slovakia)

「Large time behavior of derivatives of the vorticity for the two dimensional Navier–Stokes flow」 : Yasunori Maekawa

4. 2005. 11. 14. 偏微分方程式セミナー (北海道大学)

「Two phase flow with viscous incompressible fluids」 : 前川 泰則

5. 2006. 2. 8–2. 9. Asymptotic Methods for Partial Differential Equations (Hokkaido University)

「A lower bound for fundamental solutions of the perturbed heat equations」 : Yasunori Maekawa

6. 2006. 2. 13–2. 16. The 2nd COE conference for Young Reserchers (Hokkaido University)

「The Aronson estimates for the fundamental solutions of the perturbed heat equations」 : Yasunori Maekawa (Poster session)

7. 2006. 2. 20–2. 21. The 7th Northeastern Symposium on Mathematical Analysis (Hokkaido University)

「A lower bound for fundamental solutions of the heat convection equations」 : Yasunori Maekawa (Poster session)

8. 2006. 6. 20. 波動セミナー (北海道大学)

「On a free boundary problem of viscous incompressible flows(1)」 : 前川 泰則

9. 2006. 6. 27. 波動セミナー（北海道大学）
「On a free boundary problem of viscous incompressible flows(2)」：前川 泰則
10. 2006. 7. 24-7. 28. Asymptotic behavior in fluid mechanics (The Bernoulli Center of the Ecole Polytechnique Federale de Lausanne)
「The Aronson estimates for the fundamental solutions of the heat convection equations」：Yasunori Maekawa (Poster session)
11. 2007. 2. 19-2. 20. The 8th Northeastern Symposium on Mathematical Analysis (Tohoku Univ.)
「On Burgers vortices for high Reynolds numbers」：Yasunori Maekawa
12. 2007. 2. 23. The 9th Hokkaido-Seoul National University Joint Symposium
「On 3D vorticity equations with 2D-like initial data」：Yasunori Maekawa (Poster session)
13. 2007. 3. 13-3. 19. Nonlinear dispersive equations (Johns Hopkins Univ.)
「On Burgers vortices for high Reynolds numbers」：Yasunori Maekawa
14. 2007. 5. 14. 偏微分方程式セミナー（北海道大学）
「On a linearized operator of the equation for Burgers vortices」：前川泰則
15. 2007. 6. 22., 6. 29. 波動セミナー（北海道大学）
「On a linearized operator of the equation for asymmetric Burgers vortices」：前川泰則
16. 2007. 7. 16.-7. 21. ICIAM conference (Zurich Univ.)
「On Burgers vortices for high Reynolds numbers」：前川泰則
17. 2007. 8. 24.-8. 26. 第32回偏微分方程式論札幌シンポジウム（北海道大学）
「On a linearized operator of the equation for Burgers vortices」：前川泰則
18. 2007. 9. 日本数学会秋季総合分科会（東北大学）
「高 Reynolds 数における非軸対称 Burgers 渦の存在について」：前川泰則
「On a free boundary problem of the coupled Stokes / mean curvature equations」：前川泰則
19. 2007. 9. 28.-9. 30. 第3回非線型の諸問題（鹿児島県市町村自治会館）
「On the existence of asymmetric Burgers vortices for high Reynolds numbers」：前川泰則
20. 2007. 11. 13. PDEセミナー（Fourier Institute in Grenoble）
「Existence of asymmetric Burgers vortices for large circulation numbers」：前川泰則
21. 2007. 11. 15. PDEセミナー（Bonn Univ.）
「Existence of asymmetric Burgers vortices for large circulation numbers」：前川泰則
22. 2008. 1. 5.-1. 6. 若手による流体力学の基礎方程式研究集会（名古屋大学）
「On the stability of the Burgers vortices for large circulation numbers」：前川泰則
23. 2008. 1. 9.-1. 11. 非線形偏微分方程式とその応用（神戸大学）

「On a free boundary problem of the coupled Navier–Stokes / mean curvature equations」 :

前川泰則

24. 2008.1.24.–1.26. Hokkaido Univ.–Seoul Univ. Joint Symposium (Seoul Univ.)

「On a stability of the axisymmetric Burgers vortices at large circulation numbers」 :

前川泰則

25. 2008.2.18–2.20. 若手による偏微分方程式と数学解析 (九州大学)

「On a stability of the asymmetric Burgers vortices」 : 前川泰則

26. 2008.2.21–2.22. The 9th Northeastern Symposium on Mathematical Analysis
(Hokkaido Univ.)

「Note on the existence of non-symmetric Burgers vortices」 : Yasunori Maekawa