

研究活動報告

COE 研究教育支援員 小林 保幸

1. 研究内容・成果

(1) Zalcman 領域上の有界正則関数の構成について；

2 葉被覆面の点分離の問題 (Myrberg 現象) の研究へ応用することを目的として、複素平面上のある種の無限連結領域上で有界な正則関数の構成について研究した。

考える領域はつぎのようなものである。 Δ_0 を穴あき単位円板とし、その中に数列 $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ を $1 > c_n \searrow 0$ なるようにとる。 Δ_n を中心 c_n 半径 r_n の互いに交わらない閉円板とし、領域 $D(c_n, r_n) := \Delta_0 \setminus \cup \Delta_n$ を考えると、これは無限連結領域になっている。この領域を Zalcman 領域と呼ぶ。

与えられた $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ が $\sum_{n=1}^{\infty} c_n < \infty$ をみたせば無限積 $p(z) = \prod_{n=1}^{\infty} z/(z - c_n)$ は収束して、 Δ_0 上の有理型関数を定める。ここで半径 r_n をどのようにとれば p が $D(c_n, r_n)$ 上有界になるかという問題に対し、次の結果を得た。

$\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ が条件 $\limsup_{n \rightarrow \infty} c_{n+1}/c_n < 1$ をみたすとき、 $p \in H^{\infty}(D(c_n, r_n))$ となるための必要十分条件は $\sup_{n \in \mathbb{N}} c_n^n / (c_1 \cdots c_{n-1} r_n) < \infty$ 。

$(\tilde{\Delta}_0, \Delta_0, \pi)$ を限界のない 2 葉被覆面で $\{\pi^{-1}(c_n)\}_{n=1}^{\infty}$ を分岐点にもつものとする。 $\tilde{D} = \pi^{-1}(D) \subset \tilde{\Delta}_0$ とおくと、 (\tilde{D}, D, π) は限界のない分岐点をもたない 2 葉被覆面になる。 $H^{\infty}(\tilde{D}) = H^{\infty}(D) \circ \pi$ が成立するとき (\tilde{D}, D, π) について Myrberg 現象が起こるといふ。上記の結果を用いると、Myrberg 現象について Hayashi と Nakai により得られた $c_n = 2^{-n}$ の場合の結果を $\limsup_{n \rightarrow \infty} c_{n+1}/c_n < 1$ なる場合に拡張することができる。

$\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ は $\limsup_{n \rightarrow \infty} c_{n+1}/c_n < 1$ をみたすとする。

(1) $\sup_{n \in \mathbb{N}} c_n^n / (c_1 \cdots c_{n-1} r_n) < \infty$ ならば (\tilde{D}, D, π) について Myrberg 現象は起こらない。(2) $H^{\infty}(D)$ に対し $z = 0$ で一致の定理が成り立つならば $N(n) \rightarrow \infty$ 。

ここで $H^{\infty}(D)$ に対し $z = 0$ で一致の定理が成り立つとは、次の性質をもつ $f \in H^{\infty}(D)$ は $f \equiv 0$ に限るときのことをいう； $\lim_{z < 0, z \rightarrow 0} f^{(m)}(z) = 0$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)。関数 p は導関数については $\lim_{z < 0, z \rightarrow 0} p^{(m)}(z) = 0$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) が成り立つので p が D 上有界ならば一致に定理が成り立たないことがわかる。

以上の結果は $\{c_n\}$ が条件 $\limsup_{n \rightarrow \infty} c_{n+1}/c_n < 1$ をみたす場合のものである。この条件をみたさない場合として、中心列 $c_n = n^{-\alpha}$ ($1 < \alpha \leq 2$) を考える。このとき、半径 r_n をどのようにとっても p は Zalcman 領域 $D(c_n r_n)$ 上有界にならないことを証明した。

(2) 複素平面上の単位円板, 双曲型開リーマン面上の p 乗可積分な正則関数のなす Banach 空間について;

双曲型 (開) リーマン面 $R(\cong \Delta/\Gamma)$ 上の p 乗可積分な正則関数を, 単位円板 Δ 上の p 乗可積分な正則関数で, ある Fuchs 群 Γ に関し不変となっているものとみなして, 現在, その諸性質を調べている.

2. 発表論文リスト

(1). Mikihiro Hayashi, Yasuyuki Kobayashi and Mitsuru Nakai, *A Uniqueness Theorem and the Myrberg Phenomenon for a Zalcman Domain*, J. d'Analyse Math. Vol. 82 p 267-283 (2000)

(2). Yasuyuki Kobayashi, *On boundedness of a function on a Zalcman domain*, Proc. Japan Acad. Vol.77, Ser.A No.1 pp22-24 (2001)

3. 主たる口頭発表のリスト

(1). 小林 保幸: 「On boundedness of a function on a Zalcman domain」関数環論とその応用 研究集会 於早稲田大学 (2000年12月)