

## 研究内容・成果

COE 研究員 有馬研一郎

正標数の標準境界付き 2 次元対数的末端特異点の指数 1 被覆に関する問題に関して現在まで解決されたのは、曲面が非特異の場合である。また解決された分でも標数が 2 の場合、指数 1 被覆は標準特異点より悪い特異点を持つ。よって標数 2 の対数的極小モデル問題に適用するためにはその場合の状況も調べねばならない。このことから正標数における 2 次元正規特異点の研究が不可欠であるが、現段階では正標数の対数的末端特異点や対数的標準特異点に関してはあまり良く知られてはいない。標数が 0 の場合は対数的末端特異点は商特異点であるが、正標数では必ずしもそうとは限らないし、単純楕円型特異点の標準形などについても正標数に関してはごく最近判ってきたばかりである。

特異点の注目すべき性質に、指数がある。これを小さくし、よりたちの良い特異点に還元することは重要な要素である。具体的には 2 次元標数 0 で、商特異点は、指数 1 被覆をとることで標準特異点と呼ばれるよりよい性質のものに還元される。標数が小さい場合では、現在までに幾つかの反例が知られており、直接機能しないことが解っている。

どのような場合に指数 1 被覆が機能しないか、またその時にどう回避するかは、現在の段階では全く未解明である。これまで解っている成果は以下の通りである。 $S$  を正規曲面、 $\Delta$  をその上の境界で、組  $(S, \Delta)$  が対数的末端特異点を持つとする。

- 標数 5 以上の場合、 $\Delta$  が被約の場合、指数 1 被覆は標準特異点になる、すなわち肯定的な、標数 0 と同様の結果である。
- 同じく  $\Delta$  が被約の場合で標数 2 及び 3 の場合、実際に反例が構成されている。

以上は川又雄二郎氏の結果である。

- 標数 3 以上、 $S$  が滑らかで  $\Delta$  が標準境界の場合、肯定的である。
- 標数 2 の場合、 $S$  が滑らかでも反例が存在する。反例となる標準境界  $\Delta$  は分類されている。

以上が筆者の過去の結果である（論文リスト 1.）。これに引き続き、以下の問題を考えた。

- 指数 1 被覆が標準特異点より悪い，すなわち反例の場合について，厳密にどのくらい悪いのか？

具体的には  $\Delta$  は 27 通りに分類され，そのうち 5 通りが反例となっている．それぞれの場合の指数 1 被覆の定義方程式の標準形を確定した．それらは大きく 2 種類に分類される．その両方について具体的に食い違い係数を計算でき，全てが対数的標準特異点より悪い特異点であることが判った．注目すべきはちょうど対数的標準特異点になる場合が現れない点である（論文リスト 2.）．

最初に考えていた指数 1 被覆について，残る課題は次の二つである．

- 標数 2 及び 3， $\Delta$  が被約の場合の反例の完全な分類
- $\Delta$  が標準境界の場合で， $S$  が特異点を持つ場合

現在研究目標としているのは主に後者である．最初に必要になるのは純対数的端末特異点になるような曲面  $S$  と標準境界  $\Delta$  の組の調査である．いまのところ正標数では， $S$  が高々有理特異点を持つということ以外には一般論がない．さらに 2 次元有理特異点についても多くが知られている訳ではない．これらを詳細に研究することが第一歩である．

## 2004 年度研究活動

4 月 特別講演会（於北海道大学）にて口頭発表

6 月 COE 連続講演会（於北海道大学）にて講演（論文リスト 3.）

9 月 Moduli Spaces and Arithmetic Geometry（於京都大学）聴講

9 月 日本数学会秋期総合分科会（於北海道大学）にて口頭発表

10 月 代数幾何学シンポジウム（於城崎）聴講

1 月 特異点セミナー（於日本大学）にて講演

2 月 数学総合若手研究集会（於北海道大学）聴講

## 論文リスト

1. On index one covers of two-dimensional purely log terminal singularities in positive characteristic

Mathematische Zeitschrift 247 (2004), pp 432–440

2. On exceptions of index one covers of two-dimensional plt singularities in characteristic two

in preparation

3. 極小モデルプログラムの入門, 及びその正標数への拡張

北海道大学数学講究録

to be appear

## 講演リスト

- (1) On index one covers of two-dimensional purely log terminal singularities in positive characteristic

2001年10月6日 日本数学会秋期総合分科会 (於九州大学)

- (2) 標数3以上の体上の標準境界付純対数的端末特異点の指数1被覆

2002年9月26日 日本数学会秋期総合分科会 (於島根大学)

- (3) 正標数の体上の標準境界付純対数的端末特異点の指数1被覆

2004年3月2日 代数幾何小研究集会 (於埼玉大学)

- (4) 極小モデルプログラムの入門, 及びその正標数への拡張

2004年6月4日, 11日 COE連続講演会 (於北海道大学)

(5) On exceptions of index one covers of two-dimensional plt singularities in characteristic two

2004年9月19日 日本数学会秋期総合分科会 (於北海道大学)

(6) On index one covers of two-dimensional purely log terminal singularities in positive characteristic

2005年1月31日, 2月1日 特異点セミナー (於日本大学)