

研究内容・成果, 及び, 2003 年度研究活動報告

研究内容・成果

私の研究内容は, 作用素環と呼ばれる対象の研究である. これは, 有限次元空間上の行列の作用を無限次元ヒルベルト空間上へと拡張したものであり, 線形代数学の延長上にある分野である. 作用素環の理論は量子力学や自由確率論, 非可換幾何学など様々な分野に深く関わり合いながら, 多様な方向に発展を続けている.

現在の作用素環の研究対象は, 大きく2つに分けることができる. それは, C^* -環とフォン・ノイマン環である. 私は後者のフォン・ノイマン環の解析を中心に研究を続けている.

フォン・ノイマン環は測度空間の理論が深く関わっている作用素環であり, エルゴード理論をはじめとする測度空間上の力学系を用いた理論により多くの結果がもたらされている. 私の研究は, このような測度空間上の力学系の議論を作用素環に応用し, 作用素環の解析からエルゴード理論を始めとする力学系の理論を見出す, ということに主眼を置いている. そのような精神のもと, 測度空間上の同値関係の議論の応用に関して, 今までに以下のような成果を挙げることができた.

まず, 測度空間上の同値関係の理論を, 作用素環における Jones の因子環-部分因子環の指数の理論へと応用することに成功した. この定理を得たこと自体, 意味があることであるが, さらにこの結果から量子群の作用に関する系も得ることができた. この系が, その後行なわれた量子群の測度空間の面からの解析の土台となったという点からも, 定理の有用性を見出すことができる (発表論文 1).

次に, 以下の問題を肯定的に解決した.

測度空間上の部分同値関係とフォン・ノイマン部分環の間の「ガロア対応」の存在

これは, それまで複数の研究者によって主張されながらも, 長年未解決であった問題である. この「ガロア対応」によって (カルタン部分環を含む, という条件のもと), 全てのフォン・ノイマン部分環も測度空間からの解析を行なうことが可能であることが示された. この裏付けによって, 測度空間の議論を用いた様々な部分環の解析が進展することが見込まれる (発表論文 2).

2003 年度研究活動報告

今年度の主な研究活動は, 量子群のフォン・ノイマン環への作用の解析である. 量子群の作用とは一般の群の作用を一般化したものである. しかしながら, 量子群自体が非常に広範な対象であるため, その作用に関しては, これからの解析が期待されている分野である. 私は測度空間の観点から量子群の作用をとらえることによって, その作用によって派生する作用素環をも測度空間の視点で解析を行うことを試みた. その結果, 不動点環が測

度空間で記述できるような、あらゆる量子群の作用は、1-コサイクルと呼ばれる測度空間上の関数と深く関わっていることが判明した。実際、以下の定理を得ることができた。

量子群の作用と、測度空間上の1-コサイクルの間に1対1の対応が存在する。

この結果には多くの応用がある。実際、作用素環の議論を用いて、今まで知られていた測度空間上の1-コサイクルの議論を拡張することや、逆に1-コサイクルの理論を量子群の作用に適用することに成功した(発表論文 3)。

以上の成果をもとに、1-コサイクルと作用の関係をさらに深く解析していくことが、今後の大きな研究課題になっていくことと思われる。

発表論文リスト

1. 青井久, 山ノ内毅彦 (北海道大学理学研究科数学助教授), *Construction of a canonical subfactor for an inclusion of factors with a common Cartan subalgebra*, Hokkaido Mathematical Journal **32** (2003), 41–58.
2. 青井久, *A construction of equivalence subrelations for intermediate subalgebras for an inclusion of a von Neumann algebra and a Cartan subalgebra*, J. Math. Soc. Japan, **55** (2003), 713–725.
3. 青井久, 山ノ内毅彦 (北海道大学理学研究科数学助教授), *A characterization of coactions whose fixed-point algebras contain special masas*, Ergodic theory and dynamical systems (査読中).

主たる口頭発表のリスト

- Construction of a canonical subfactor for an inclusion of factors with a common Cartan subalgebra (2001年5月21日 北海道大学月曜解析セミナー)
- Construction of a canonical subrelation for an inclusion of ergodic equivalence relations (2001年8月14日 第36回関数解析セミナー)
- 部分 von Neumann 環と部分同値関係の Galois 対応について (2002年5月13日 北海道大学月曜解析セミナー)
- 部分 von Neumann 環の normalizer について (2002年7月31日, 8月1日 第37回関数解析セミナー)
- A Galois correspondence between intermediate subalgebras and equivalence subrelations (2002年9月11日 研究集会 作用素環の構造研究とその応用)
- 共通の Cartan 環をもつ因子環の接合積による表示について (日本数学会 2002年度秋期総合分科会)
- A characterization of coactions whose fixed point subalgebras contain Cartan subalgebras (2003年5月26日 北海道大学月曜解析セミナー)
- Coactions which fixes Cartan subalgebras. (2003年12月13日 関西作用素環セミナー)